bild einer reinen Quadrupolwechselwirkung gedeutet werden, die Wechselwirkungsenergie beträgt dann:

$$W_{\text{el}}^{\text{Met}} \approx 1{,}9 \text{ cm/sec} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ eV}.$$

Offenbar sind die Felder am Kernort hier noch schlechter definiert. Dies kann einerseits auf die unterlassene Temperung zurückzuführen sein, andererseits scheint ein Vakuum von 10^{-5} Torr noch keine gut ausgeprägten Kristallstrukturen zu liefern [31], so daß hier nach anderen Verfahren gesucht werden muß.

Herrn Prof. Dr. H. Maier-Leibnitz möchte ich sehr herzlich danken für die Anregung zu dieser Arbeit sowie für sein stetes Interesse, das er ihr in allen Stadien entgegenbrachte. Mein besonderer Dank gilt weiterhin Herrn Dr. P. Kienle für die gute Zusammenarbeit. Für mannigfache Diskussionen habe ich vor allem den Herren H. Eicher, Dr. K. Böckmann und Prof. Dr. J. K. Major zu danken. Für ihre Mithilfe bei den wochenlangen ununterbrochenen Meßserien bin ich den Herren D. Dornier, Dr. O. Schult, H. Hohmann, Dr. F. Stanek, F. Wunderlich und R. Koch zu Dank verpflichtet. Herr G. Schnell half mir beim Bau der Meßapparatur.

31 M. Auwärter, Ergebnisse der Hochvakuumtechnik und der Physik dünner Schichten, Wiss. Verlagsges., Stuttgart 1957.

Zur Temperatur der Sonnenkorona

Von Reimar Lüst, Friedrich Meyer, Eleonore Trefftz * und Ludwig Biermann

Aus dem Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik, München

(Z. Naturforschg. 17 a, 259—266 [1962]; eingegangen am 31. Januar 1962)

Herrn Professor W. Heisenberg *zum 60. Geburtstag gewidmet*

In connection with the problem of the temperature of the solar corona the energy loss of the electrons due to free-free, free-bound, and bound-bound radiation is discussed and calculated. It is shown that these energy losses are by far too small to account for a factor of two between the apparent temperature of the ions and electrons. Therefore, in the second part, it is assumed that these two temperatures are equal and that the observed density gradient and the observed line-widths of the ions are strongly influenced by the shockwaves in the solar corona. In a simplified model (isothermal atmosphere and isothermal shockwaves) the exerted pressure of these shockwaves is calculated and it is shown that shockwaves may influence the scale height of the atmosphere considerably.

Bekanntlich wird die Temperatur der Sonnenkorona je nachdem, welches Meßverfahren angewandt wird, verschieden hoch bestimmt. Die Doppler-Breite der sichtbaren Spektrallinien zeigt eine ungeordnete Bewegung der Ionen, die einer Temperatur von etwa $1{,}6 \cdot 10^6$ °K entspricht. Damit läßt sich der beobachtete Dichtegradient der Korona in diesem Gebiet in Einklang bringen [1].

Die Beobachtungen der Radiostrahlung der ruhigen Sonne sprechen ebenfalls für eine Temperatur oberhalb von 10^6 °K, jedoch sind die Unsicherheiten der Temperaturbestimmung aus den bisherigen Daten noch sehr groß [2]. Neuere Bestimmungen auf Grund von Radar-Reflexionen an der Sonnenkorona [3] führten dagegen auf eine Elektronentemperatur um 500 000 °. Auch aus dem Ionisationsgleichgewicht der Elemente ergibt sich eine Elektronentemperatur von nur $0{,}8 \cdot 10^6$ °K.

Um 1950 ist nämlich gezeigt worden (Biermann [4], Woolley und Allen [5], Miyamoto [6] und insbesondere Elwert [7]), daß in der Sonnenkorona das Ionisationsgleichgewicht hauptsächlich bestimmt wird durch Elektronenstoßionisation einerseits und Strahlungsrekombination andererseits. Das Ionisationsgleichgewicht ist korreliert mit der mittleren Geschwindigkeit der Elektronen. Man bestimmt daraus also eine Elektronentemperatur.

In die Rechnung gehen die Ionisationsquerschnitte der Ionen gegenüber Elektronenstoß ein. Elwert benutzt eine Näherungsformel für die Querschnitte,

* Zur Zeit University College London, Physics Dep., Gower St., London W.C. 1.

1 C. de Jager, Modèles d'Etoiles et Evolution Stellaire, Soc. Roy. Sci. Liège, Série 5, Tome III (1959), Handb. d. Physik 52, p. 80, Springer-Verlag, Berlin 1959.

2 U. Unsöld, Z. Astrophys. 50, 48, 57 [1960].

3 W. G. Abel, J. H. Chrisholm, P. L. Fleck u. J. C. James, J. Geophys. Res. 66, 4303 [1961].

4 L. Biermann, Naturwiss. 34, 87 [1947].

5 R. v. d. R. Woolley u. C. W. Allen, Mon. Not. Roy. Astr. Soc. 108, 292 [1948].

6 S. Miyamoto, Publ. Astronom. Soc., Japan 1, 10 [1949].

7 G. Elwert, Z. Naturforschg. 7 a, 432 [1952].

die sich auf gemessene Werte an neutralen Atomen stützt, und erhält damit den oben erwähnten Wert von $0{,}8 \cdot 10^6$ °K. Um eine Temperatur von $1{,}6 \cdot 10$ °K zu erhalten, müßte man annehmen, daß die Ionisationsquerschnitte mehr als eine Größenordnung kleiner sind, als ELWERT annimmt *.

In letzter Zeit (Arbeiten von BURKE und SEATON [8], BURGESS [9], MALIK und TREFFTZ [10], VAN REGEMORTER [11]) sind mannigfache Berechnungen von Anregungs- und Ionisationsquerschnitten bei Elektronenstoß durchgeführt worden. Es kann danach als sicher gelten, daß die ELWERTsche Näherungsformel die richtige Größenordnung gibt. Nach ELWERT soll der reduzierte Wirkungsquerschnitt

$$Q_{\text{red}} = \frac{Q}{\zeta \, \pi \, a_0^2} \left(\frac{E_i}{h \, c \, \text{Ry}} \right)^2 \tag{1}$$

($\pi a_0^2 = 0{,}88 \cdot 10^{-16}$ cm² geometrischer Querschnitt des Wasserstoff-Atoms; ζ Anzahl der äquivalenten Elektronen der Schale, aus der ein Elektron losgeschlagen wird; $E_i/h\,c$ Ry Ionisationsenergie in RYDBERG-Einheiten) eine universale Funktion der Energie der stoßenden Elektronen sein. Die Rechnung zeigt aber, daß er mit wachsendem Ionisationsgrad größer wird. Da die ELWERTsche Formel an Meßwerte für neutrale Atome angeschlossen ist, ist zu erwarten, daß die wirksamen Querschnitte der hochionisierten Atome etwas größer sind. Es bleibt also das Problem, wie die Diskrepanz zwischen der aus dem Ionisationsgleichgewicht folgenden Elektronentemperatur und der aus der DOPPLER-Breite der Linien abgeleiteten Ionentemperatur erklärt werden kann.

Auf der Tagung in Lüttich im August 1960 wurde darauf hingewiesen, daß sich im stationären Zustand eine Temperaturdifferenz zwischen Ionen und Elektronen einstellt dadurch, daß die Elektronen laufend Energie in Anregung und Ionisation verlieren, die als Strahlung verloren geht und die durch elastische Zusammenstöße mit den Ionen nachgeliefert werden muß. In dieser Arbeit soll zunächst gezeigt werden, daß diese Temperaturdifferenz vernachlässigbar klein ist gegenüber der beobachteten. Weiter wird ein Vorschlag gemacht, der sowohl die DOPPLER-Breite der Koronalinien wie den beobachteten Dichteabfall in der Korona mit dem Mechanismus der Aufheizung der Korona verknüpft.

1. Energiebilanz der Elektronen

a) Relaxationszeiten für Ionen mit Elektronen

Es ist leicht nachzurechnen, daß die Elektronen untereinander sowie die Ionen untereinander im thermischen Gleichgewicht sind. Der Impuls-Verlust-Querschnitt beim elastischen Stoß zweier geladener Teilchen ist im wesentlichen bestimmt durch den Abstand a, bei dem die kinetische Energie (im Schwerpunktsystem) der COULOMB-Energie gleich ist:

$$\frac{Z_1 Z_2 e^2}{a} = \frac{\mu}{2} v_{rel}^2 \tag{2}$$

(μ reduzierte Masse, v_{rel} Relativ-Geschwindigkeit). Der Impulsverlust Q beträgt

$$Q = \pi a^2 \ln (2 \, r_{\text{D}}/a) , \tag{3}$$

wobei r_{D} der DEBYE-Radius ist [12]. Bei einer Temperatur von

$$T \approx 10^6 \, ^\circ\text{K}$$

und einer Dichte von

$$n \approx 10^8 \text{ cm}^{-3}$$

ist $\quad a \approx \frac{1}{3}$ at. Einh. $\approx 2 \cdot 10^{-9}$ cm

und $\quad \ln (2 \, r_{\text{D}}/a) \approx 20$.

Daraus ergibt sich für $Z_1 = Z_2 = 1$

$$Q(\text{Impuls-Verlust}) \approx 2 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2. \tag{4}$$

Die Zeit, nach der etwa sich thermisches Gleichgewicht zwischen gleichschweren Teilen eingestellt hat, ist

$$t \approx (n \, v \, Q)^{-1};$$

für Elektronen ($v \approx \frac{1}{2} \cdot 10^9$ cm/sec bei 10^6 °K)

$$t \approx 0{,}1 \text{ sec},$$

für Protonen ($v \approx 10^7$ cm/sec)

$$t \approx 5 \text{ sec}.$$

* Anm. b. d. Korr.: Unterdes hat die Beobachtung weiterer infraroter und ultravioletter Linien gezeigt, daß das Auftreten verschiedener Ionisationsstufen nicht durch eine einheitliche Temperatur erklärt werden kann. Es bleibt aber die Diskrepanz bestehen, daß die DOPPLER-Breite einer Linie auf eine höhere Temperatur T_{D} führt als die Temperatur T_{e}, bei der nach der Ionisationstheorie das betreffende Ion auftreten sollte. Es gilt ganz grob etwa $T_{\text{D}} \approx 2 \, T_{\text{e}}$. Vgl. M. J. SEATON, 1962, im Druck.

[8] V. M. BURKE u. M. J. SEATON, Proc. Phys. Soc., Lond. **77**, 199 [1961].

[9] A. BURGESS, Astrophys. J. **132**, 503 [1960].

[10] F. B. MALIK u. E. TREFFTZ, Z. Naturforschg. **16 a**, 583 [1961].

[11] H. VAN REGEMORTER, Mon. Not. Roy. Astr. Soc. **121**, 213 [1960].

[12] L. SPITZER (Physics of Fully Ionized Gases, Interscience Publ., New York—London 1956) gibt einen zusätzlichen Zahlenfaktor $\sim 0{,}3$ an.

b) Stoßgleichung für die Elektronen

Betrachtet man nun die Zusammenstöße der Elektronen mit den Ionen, so erhält man aus den Stoßgesetzen folgende Gleichung für ein Elektron im stationären Zustand:

$$\sum_i \left(\frac{M_i}{2} V_i^2 - \frac{m}{2} v^2\right) \frac{2\,m}{M_i} n_i\, v\, Q_i^{\mathrm{m}} = \sum_i n_i\, v\, Q_i\, E_i\,. \quad (5)$$

Dabei ist

m, v	Masse, Geschwindigkeit des Elektrons,
M_i, V_i	Masse, Geschwindigkeit der Ionen,
i	zählt die verschiedenen Sorten möglicher Stöße,
n_i	Dichte der Teilchen, mit denen ein Stoß der Sorte i möglich ist,
Q_i	Gesamt-Wirkungsquerschnitt dieses Stoßes,
Q_i^{m}	Impulsverlustquerschnitt,
E_i	Energieverlust bei inelastischem Stoß.

In Gl. (5) ist über die Ablenkwinkel beim Stoß gemittelt. Der Faktor $(\frac{1}{2} M_i V_i^2 - \frac{1}{2} m\, v^2)$ werde aus der Summe über i herausgezogen und soll für sich gemittelt werden:

$$\frac{M_i}{2} V_i^2 - \frac{m}{2} v^2 = k(T_i - T_{\mathrm{e}}) \quad (6)$$

(T_i Ionentemperatur, T_{e} Elektronentemperatur). Unter der Summe ist $v\,Q_i$ bzw. $v\,Q_i^{\mathrm{m}}$ über die BOLTZMANN-Verteilung $f(v,t)$ für die Elektronentemperatur $T = T_{\mathrm{e}}$ zu mitteln:

$$q_i = \overline{v\, Q_i} = \int_0^\infty f(v, T_{\mathrm{e}})\, v\, Q_i\, \mathrm{d}v\,. \quad (7)$$

In der Summe der linken Seite von Gl. (5) überwiegen bei weitem die elastischen Stöße zwischen Elektronen und Protonen. Vereinfacht man die Mittelung hier, indem man den in Gl. (4) berechneten Impulsverlust-Querschnitt mit der mittleren Elektronengeschwindigkeit $\bar{v}$ multipliziert, so ergibt sich mit $\bar{v} = 0{,}5 \cdot 10^9$ cm/sec^{-1}:

$$q_i^{\mathrm{m}} = q_{\mathrm{pr}}^{\mathrm{m}} \sim \bar{v}\, Q_{\mathrm{pr}}^{\mathrm{m}}\,(\bar{v}) = 10^{-7}\ \mathrm{cm^3/sec^{-1}}. \quad (8)$$

Wir nehmen an, daß der Fehler durch die getrennte Mittelung auf der linken Seite von Gl. (5) das Ergebnis nicht größenordnungsmäßig verfälscht. Jedenfalls ist das in (8) angegebene $q_{\mathrm{pr}}^{\mathrm{m}}$ eher unterschätzt, da die großen Wirkungsquerschnitte, die man nach (3) und (2) für kleine Geschwindigkeiten erhält, in die Mittelung (7) mit größerem Gewicht eingehen. Gl. (5) vereinfacht sich damit zu:

$$k(T_i - T_{\mathrm{e}})\, \frac{2\,m}{M_{\mathrm{pr}}}\, n_{\mathrm{pr}}\, q_{\mathrm{pr}}^{\mathrm{m}} = \sum_i n_i\, q_i\, E_i \quad (5\,\mathrm{a})$$

Auf der rechten Seite von (5 a) kommen folgende Prozesse in Betracht:

1. Frei-frei-Übergänge der Elektronen im Feld der Protonen und He III-Ionen,
2. Linienanregung von Wasserstoff und He II (neutrales He kann vernachlässigt werden),
3. Ionisation von Wasserstoff und He II,
4. Linienanregung schwerer Elemente,
5. Ionisation schwerer Elemente.

Bei Punkt 3. und 5. ist zu bedenken, daß im Mittel außer der Ionisierungsenergie $E^{(\mathrm{ion})}$ auch noch die mittlere kinetische Energie $k\,T_{\mathrm{e}}$ aufzuwenden ist, um das losgeschlagene Elektron auf mittlere Elektronengeschwindigkeit zu beschleunigen, so daß für die Prozesse 3. und 5.

$$E_i = E^{(\mathrm{ion})} + k\, T_{\mathrm{e}} \quad (9)$$

zu setzen ist.

Multipliziert man die rechte Seite von Gl. (5 a) mit der Elektronendichte, so erhält man die von der Korona-Materie pro cm^3 und sec ausgestrahlte Energie. Wegen der hohen Temperatur liegt die Strahlung im wesentlichen im fernen Ultraviolett und RÖNTGEN-Gebiet.

c) Frei-frei-Strahlung

Für die Frei-frei-Übergänge können wir die Formel von UNSÖLD [13] übernehmen. Danach ist

$$q_{\text{frei-frei}} \cdot E_{\text{frei-frei}} \quad (10)$$
$$= 0{,}5662 \cdot 10^{-24}\, Z^2 \sqrt{k\,T/13{,}6\ \mathrm{eV}}\ \mathrm{erg\ cm^3\ sec^{-1}}$$
$$= 0{,}3535 \cdot 10^{-12}\, Z^2 \sqrt{k\,T/13{,}6\ \mathrm{eV}}\ \mathrm{eV\ cm^3\ sec^{-1}}$$

mit $Z = 1$ bzw. $Z = 2$ für Wasserstoff und Helium, die beide vollständig ionisiert angenommen werden können. Der Beitrag schwerer Ionen ist vernachlässigbar, da ihre geringe Häufigkeit durch den Faktor Z^2 nicht aufgewogen wird. Für $k\,T \approx 5 \cdot 13{,}6$ eV erhält man für Protonen:

$$q_{\text{frei-frei}} \cdot E_{\text{frei-frei}} \approx 10^{-12}\ \mathrm{eV\ cm^3\ sec^{-1}}. \quad (11)$$

Etwas kleiner ist der Beitrag von He. Zusammen ergibt sich nach Gl. (5 a) und (8) für die Temperaturdifferenz ein Beitrag

$$\text{H II, He III (frei-frei)}: \ \Delta[k\,T_i - k\,T_{\mathrm{e}}] \approx 0{,}015\ \mathrm{eV}. \quad (12)$$

d) Linienanregung und Ionisation

Führt man den in (1) definierten „reduzierten Wirkungsquerschnitt" $Q_{\mathrm{red}}(U)$ ein, wobei

$$U = \tfrac{1}{2}\, m\, v^2 / E^{(\mathrm{i})} \quad (13)$$

[13] A. UNSÖLD, Physik der Sternatmosphären, 2. Aufl., Springer-Verlag, Berlin 1955, Kap. XX1, p. 143.

das Verhältnis der kinetischen Energie der Elektronen zur Anregungs- bzw. Ionisierungsenergie ist, so läßt sich die Anregungs-(Ionisierungs-)Rate q_i schreiben als:

$$q_i = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\,\pi\,a_0^2\,\alpha\,c\,(k\,T/13{,}6\ \mathrm{eV})^{-1/2} \cdot \zeta \int\limits_1^\infty Q_{\mathrm{red}}(U)\,\exp\{-U\,E^{(\mathrm{i})}/k\,T\}\,U\,\mathrm{d}U \qquad (14)$$

(αc = atomare Geschwindigkeitseinheit, $2{,}19\cdot 10^8$ cm sec^{-1}; ζ = Anzahl der Elektronen in der äußersten Schale) mit

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}}\,\pi\,a_0^2\,\alpha\,c = 2{,}17\cdot 10^{-8}\ \mathrm{cm^3/sec}\,.$$

$Q_{\mathrm{red}}(U)$ ist nach der klassischen Streutheorie von THOMSON eine universale Funktion. In Wirklichkeit variiert es schwach mit der Ionenladung und mit speziellen Atomeigenheiten.

Das Integral in (14) hängt wesentlich von dem Verhältnis $E^{(\mathrm{i})}/k\,T$ ab. Für Ionisation und für Linien, deren Anregungspotential in derselben Größenordnung wie die Ionisierungsspannung liegt (das sind Übergänge, bei denen sich die Hauptquantenzahl ändert), kann man $E^{(\mathrm{i})} \gg k\,T$ annehmen. Dann kann für Anregung gesetzt werden [14]

$$Q_{\mathrm{red}}(U) = U^{-1}\,Q_{\mathrm{red}}\ (\text{Schwelle},\ U=1) \qquad (E^{(\mathrm{i})} \gg k\,T)$$

und mit $E_i = E^{(\mathrm{i})}$ [vgl. Gl. (5 a)]:

$$q_i\,E_i = 2{,}95\cdot 10^{-7}\ \mathrm{eV\,cm^3\,sec^{-1}}\,(k\,T/13{,}6\ \mathrm{eV})^{-1/2} \cdot \zeta\,Q_{\mathrm{red}}(\text{Schwelle})\,\exp\{-E^{(\mathrm{i})}/k\,T\}\,. \qquad (15)$$

Für die Abkühlung der Elektronen wesentlich wirksamer sind Linien, für die $E^{(\mathrm{i})} \ll k\,T$ ist. Hier, d. h. etwa für $E^{(\mathrm{i})} < 0{,}5\,k\,T$, muß das logarithmische Verhalten von $Q_{\mathrm{red}}(U)$ für große U berücksichtigt werden

$$U \gg 1 : Q_{\mathrm{red}}(U) \sim U^{-1} \ln U\,.$$

Wir schreiben (14) in der Form

$$q_i\,E_i = 2{,}95\cdot 10^{-7}\ \mathrm{eV\,cm^3\,sec^{-1}}\,(k\,T/13{,}6\ \mathrm{eV})^{-1/2}\,w \qquad (16\,\mathrm{a})$$

mit

$$w = \frac{E^{(\mathrm{i})}}{k\,T}\,\zeta \int\limits_1^\infty Q_{\mathrm{red}}(U)\,\exp\{-U\,E^{(\mathrm{i})}/k\,T\}\,U\,\mathrm{d}U\,. \qquad (16\,\mathrm{b})$$

Eine Überschlagsrechnung mit den Werten von VAINSTEIN [15] für C IV (COULOMB–BORN-Näherung) liefert die in Tab. 1 gegebenen Werte für w.

$E^{(\mathrm{i})}/k\,T$	0,1	0,2	0,3	0,5
w	3,9	3,0	2,4	1,7

Tab. 1. w für C IV, $2^2\,S-2^2\,P$.

Für die entsprechenden Übergänge der iso-elektronischen Reihe muß w proportional Z^{-1} verkleinert werden [ein Verhalten, das für $Q_{\mathrm{red}}(U)$ ebenso gilt wie für Oszillatorstärken in dem Fall, daß sich die Hauptquantenzahl nicht ändert].

Für den Ionisationsquerschnitt benutzen wir eine einfache Näherungsformel, die das richtige Verhalten sowohl an der Schwelle wie für große U hat: Ionisation:

$$\zeta\,Q_{\mathrm{red}}(U) = \zeta\,a\,\frac{\ln U}{U} = 2{,}72\,\zeta\,Q_{\mathrm{red}}(\mathrm{Max})\,\frac{\ln U}{U} \qquad (17)$$

mit

$$a = 2{,}72\,Q_{\mathrm{red}}(\mathrm{Max})\,,$$

wobei sich nach neueren Rechnungen

$$Q_{\mathrm{red}}(\mathrm{Max}) = Q_{\mathrm{red}}(U=2{,}72) \approx 1 \qquad (18)$$

ergibt. Damit wird

$$q_i\,E^{(\mathrm{ion})} = 2{,}95\cdot 10^{-7}\ \mathrm{eV\,cm^3\,sec^{-1}}\,(k\,T/13{,}6\ \mathrm{eV})^{-1/2} \cdot \zeta\,a \int\limits_{E^{(\mathrm{i})}/kT}^\infty e^{-t}\,t^{-1}\,\mathrm{d}t\,.$$

Für $E^{(\mathrm{ion})} \gg k\,T$ kann auch hier $E_i = E^{(\mathrm{ion})}$ gesetzt werden und

$$q_i\,E_i = 2{,}95\cdot 10^{-7}\ \mathrm{eV\,cm^3\,sec^{-1}}\,(k\,T/13{,}6\ \mathrm{eV})^{-1/2} \cdot \zeta\,a\,\frac{k\,T}{E^{(\mathrm{i})}}\,\exp\{-E^{(\mathrm{i})}/k\,T\}\,. \qquad (19)$$

Als wichtigste Größe bleibt jetzt die Verteilung der Elemente über die Ionisationszustände zu bestimmen. In der Korona hält sich Elektronenstoß-Ionisation und Strahlungsrekombination die Waage:

$$n_{\mathrm{e}}\,n_i\,q_i^{(\mathrm{ion})} = n_{\mathrm{e}}\,n_{i+1}\,\alpha\,, \qquad (20)$$

wobei α den Koeffizienten der Strahlungsrekombination bedeutet.

ALLEN [16] gibt eine Formel für n_{i+1}/n_i an, die eine Ionisationsrate von SEATON und Mitarbeitern [17] be-

[14] H. VAN REGEMORTER, private Mitteilung (1961), noch nicht veröffentlicht.

[15] L. A. VAINSTEIN, im Druck [1961].

[16] C. W. ALLEN, Les Spectres des Astres dans l'Ultraviolet Lointain, Soc. Roy. Sci., Liège, Série 5, Tome IV (1961).

[17] A. BURGESS, H. VAN REGEMORTER u. M. J. SEATON, private Mitteilung (1960), noch nicht veröffentlicht.

nutzt, die sich von unserer oben gegebenen Formel (18), (19) nur um einige Prozent im Zahlenwert unterscheidet, während die Rekombinationsrate einer Arbeit von ELWERT [7] entnommen ist:

$$\frac{n_{i+1}}{n_i} = 10^4 (T/{}^\circ\mathrm{K}) \, (E^{(i)}/\mathrm{eV})^{-3} \exp\{-E^{(i)}/k\,T\} \; \frac{\zeta}{n_0} \tag{21}$$

wobei n_0 die Hauptquantenzahl des Grundzustandes des Ions i ist.

Wir erhalten folgende Beiträge:

1. H und He sind im wesentlichen voll ionisiert. Nach (21) ergibt sich

$$n_{\mathrm{H}0}/n_{\mathrm{pr}} \approx 3 \cdot 10^{-7}, \quad n_{\mathrm{He\,II}}/n_{\mathrm{He\,III}} \approx 0{,}5 \cdot 10^{-4}.$$

Den Beitrag der Ionisation berechnet man am besten direkt nach (20) aus der Rekombinationsrate. Es ergibt sich

für H:

$$(n_{\mathrm{H}0}/n_{\mathrm{pr}}) \; q_i \, E_i = 2{,}5 \cdot 10^{-12} \, \mathrm{eV\,cm^3\,sec^{-1}},$$

für He:

$$(n_{\mathrm{He\,II}}/n_{\mathrm{pr}}) \, q_i \, E_i = (n_{\mathrm{He}}/n_{\mathrm{pr}}) \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-11} \, \mathrm{eV\,cm^3\,sec^{-1}}$$

(n_{He} = Gesamt-Helium-Dichte). Eine neuere Formel für die Rekombinationsrate von SEATON [18] (1959) ergibt etwas weniger, nämlich für He

$$(n_{\mathrm{He}}/n_{\mathrm{pr}}) \cdot 1 \cdot 10^{-11} \, \mathrm{eV\,cm^3\,sec^{-1}}.$$

2. Ein grober Überschlag für die Wirkung der Linienanregung nach Gl. (16) zeigt, daß der Beitrag für H völlig zu vernachlässigen ist, während man für He mit $w \approx 2$ [vgl. Gl. (16 b)] etwas weniger erhält als für Ionisation.

He-Linien:

$$(n_i/n_{\mathrm{pr}}) \; q_i \, E_i \sim (n_{\mathrm{He}}/n_{\mathrm{pr}}) \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-11} \, \mathrm{eV\,cm^3\,sec^{-1}}.$$

Mit $\qquad n_{\mathrm{He}}/n_{\mathrm{pr}} \approx 0{,}2$

wird schließlich [vgl. Gln. (5 a) und (8)]:

H I, He II (Ionisation und Linien):

$$\Delta[k\,T_i - k\,T_e] \approx [(n_{\mathrm{He}}/n_{\mathrm{pr}}) \; 2{,}9 + 0{,}25] \cdot 10^{-1} \, \mathrm{eV} \approx 0{,}08 \, \mathrm{eV}.$$

3. Die häufigen Elemente der 1. Periode befinden sich nach Gl. (20) vorwiegend in dem Ionisationszustand, der mit He isoelektrisch ist. Das heißt, daß sie keine stark kühlenden „weichen" Linien haben. Für den stärksten Übergang ist:

(C V, O VII) $\quad 1^1\mathrm{S} - 2^1\mathrm{P} \; : \; E^{(i)}/k\,T \geqq 4{,}5.$

Benutzen wir Angaben von PECKER und THOMAS [19] über die Häufigkeit von C, N, O, so ergibt sich

$$\sum_{\substack{\text{He-artige}\\\text{Ionen}}} \frac{n_i}{n_{\mathrm{pr}}} \exp\{-E^{(i)}/k\,T\} \approx 1{,}5 \cdot 10^{-5}.$$

Nach (15) ist damit, wenn wir noch

$$\zeta \, Q_{\mathrm{red}}\,(\text{Schwelle}) \approx 1$$

setzen ($k\,T = 5 \cdot 13{,}6$ eV):

$$\sum (n_i/n_{\mathrm{pr}}) \; q_i \, E_i = 2 \cdot 10^{-12} \, \mathrm{eV\,cm^3\,sec^{-1}}$$

und nach Gl. (5 a) und (8)

He-artige Ionen (Linien):

$$\Delta[k\,T_i - k\,T_e] \approx 0{,}02 \, \mathrm{eV}.$$

Für Li-artige Ionen liegt die Linie größter Wellenlänge im Bereich

Li-artige Ionen: $\quad E^{(i)}/k\,T = 0{,}1 \ldots 0{,}4.$

Nach (20) sind diese Ionen jedoch in der ersten Periode relativ selten, z. B.

$$[\mathrm{O\,VI}]/[\mathrm{O\,VII}] = 0{,}5 \cdot 10^{-2}.$$

Erst von Na an aufwärts übersteigt ihre Häufigkeit die des entsprechenden He-artigen Ions. Dementsprechend können wir annehmen, daß

$$\sum_{\substack{\text{Li-artige}\\\text{Ionen}}} n_i/n_{\mathrm{pr}} \approx 10^{-4}$$

ist. Nach (16) ergibt sich mit $w \approx 2$, $k\,T = 5 \cdot 13{,}6$ eV

$$\sum_{\substack{\text{Li-artige}\\\text{Linien}}} \frac{n_i}{n_{\mathrm{pr}}} \; q_i \, E_i \lesssim 10^{-4} \cdot 1{,}32 \cdot 10^{-7} \cdot 2 \, \mathrm{eV\,cm^3\,sec^{-1}} = 0{,}3 \cdot 10^{-10} \, \mathrm{eV\,cm^3\,sec^{-1}}$$

und daraus [Gl. (5 a) und (8)]

Li-artige Ionen (Linien): $\quad \Delta[k\,T_i - k\,T_e] \lesssim 0{,}3$ eV.

4. Schließlich sei noch der Beitrag der Ionisation schwerer Elemente abgeschätzt. Mit $E^{(i)}/k\,T \approx 5$, $\sum n_i/n_{\mathrm{pr}} \lesssim 1/300$, $\zeta\,a = 2{,}7 \cdot \zeta\,Q_{\mathrm{red}}(\mathrm{Max}) \approx 3$ ergibt (19)

$$\sum_{\text{Ionisation}} (n_i/n_{\mathrm{pr}}) \; q_i \, E_i \lesssim 1{,}6 \cdot 10^{-12} \, \mathrm{eV\,cm^3\,sec^{-1}}.$$

Eine genauere Abschätzung mit Elementhäufigkeiten

[18] M. J. SEATON, Mon. Not. Roy. Astr. Soc. **119**, 81 [1961].

[19] C. PECKER u. R. THOMAS, private Mitteilung (1961), noch nicht veröffentlicht.

nach PECKER und THOMAS [19] liefert weniger,

$$\sum_{\text{Ionisation}} (n_i/n_{\text{pr}})\ q_i\ E_i \approx 0{,}2 \cdot 10^{-12}\ \text{eV cm}^3\ \text{sec}^{-1},$$

und damit

Ionisation schwerer Elemente:

$$\Delta[k\,T_i - k\,T_e] \lesssim 0{,}002\ \text{eV}.$$

Wie zu erwarten, ist die Anregung relativ langwelliger Linien bei weitem der wirksamste Abkühlungsmechanismus für die Elektronen. Aber selbst dies bringt weniger als 1 eV Temperaturdifferenz zwischen Ionen und Elektronen. In Tab. 2 sind die von uns abgeschätzten Werte den von UNSÖLD [13] angegebenen gegenübergestellt ($n_{\text{pr}} = n_e$).

	hier	UNSÖLD
1. Frei-frei (H, He)	1,5	1,5
2. Ionisation, Linien von H, He	8	2,5
3. Linien *, schwere Elemente	30	0,5
4. Ionisation*, schwere Elemente	0,2	
Gesamtstrahlung	40	$4{,}5 \cdot 10^{-12}$

* Die Bezeichnungen „Linien“, „Ionisation“ beziehen sich auf den Anregungsmechanismus und nicht auf die schließlich ausgesandte Strahlung.

Tab. 2. Strahlungsverluste der Korona pro n_e^2 bei $0{,}8 \cdot 10^6$ °K in 10^{-12} eV cm^3 sec^{-1}.

2. Die Aufheizung der Sonnenkorona und der Impulstransport durch Stoßwellen

Die anfangs erwähnte Diskrepanz zwischen der Temperatur der Ionen und der Elektronen kann also nicht auf Grund der Energieverluste der Elektronen durch Anregung und Ionisation erklärt werden, wie die Abschätzungen des vorigen Abschnittes zeigen. Weiterhin muß man annehmen, daß die Ionen untereinander und die Elektronen untereinander im thermischen Gleichgewicht sind, da die Einstellzeiten hierfür nur Sekunden betragen. Nimmt man nun an, daß die Temperaturen der Ionen und Elektronen praktisch gleich sind, so muß man entweder Gründe dafür finden, warum aus dem Ionisationsgleichgewicht eine zu niedrige Elektronentemperatur folgt oder warum die beobachteten DOPPLER-Breiten der Koronalinien und der beobachtete Dichtegradient in der Sonnenkorona eine zu große Ionentemperatur liefert. Wir wollen im folgenden Gründe und ein einfaches Modell angeben, die die letztgenannte Erklärung als Hauptursache plausibel machten. Die Frage, wieweit lokale Temperaturunterschiede und -schwankungen zu der beobachteten Diskrepanz beitragen, ist hier nicht untersucht worden, obwohl sie sicher Aufmerksamkeit verdient.

Sowohl BIERMANN [20] als auch SCHWARZSCHILD [21] haben die Theorie entwickelt, daß die Chromosphäre und die Korona durch Stoßwellen aufgeheizt werden. Dieses Bild ist zunächst von SCHATZMANN und SCHIRMER [21a], dann in den letzten Jahren von verschiedenen Autoren (s. BIERMANN und LÜST [22], UNSÖLD [2, 23], DE JAGER [1], OSTERBROOK [24]) weiter verfolgt worden. Neue Beobachtungen von LEIGHTON et al. (s. [25, 26]) sowie von EVANS und MICHARD [27] deuten auf die Existenz von Wellen in der Photosphäre hin, die sich schließlich in den höheren Schichten zu Stoßwellen aufsteilen sollten. DE JAGER und KUPERIUS [28] haben kürzlich versucht abzuschätzen, auf welche Temperatur die Korona durch Stoßwellen aufgeheizt werden könnte. Ihre Abschätzung ergab eine Temperatur von weniger als ein Million Grad.

Neben mechanischer Energie können solche Stoßwellen aber auch Impulse transportieren; insoweit bilden sie ein Analogon zu dem schon vor vielen Jahren von MCCREA [29] diskutierten „Turbulenzdruck“. Dieser zusätzliche Druck würde zu einer Vergrößerung der Schichthöhe gegenüber einer ungestörten Atmosphäre führen und damit würden die Beobachtungen des Dichtegradienten bei Nichtberücksichtigung dieses Effektes eine zu hohe Temperatur ergeben. Weiterhin sollten die Stoßwellen auch zu einer Verbreiterung der Linien führen.

Im folgenden soll nun an Hand eines einfachen Modells gezeigt werden, welchen Einfluß der Impulsfluß einer Überschallströmung auf den Dichtegra-

20 L. BIERMANN, Naturwiss. **33**, 118 [1946]; Z. Astrophys. **25**, 161 [1948].
21 M. SCHWARZSCHILD, Astrophys. J. **107**, 1 [1948].
21a E. SCHATZMANN, Ann. Astrophys. **12**, 203 [1949]. — H. SCHIRMER, Z. Astrophys. **27**, 132 [1950].
22 L. BIERMANN u. R. LÜST, Compendium of Astronomy and Astrophysics, Vol. VI, Ed. by J. L. Greenstein, Chicago 1961 (siehe dort weitere Literatur).
23 A. UNSÖLD, Z. Astrophys. **52**, 300 [1961].
24 D. E. OSTERBROOK, Astrophys. J. **134**, 347 [1961].
25 R. B. LEIGHTON, 4th Symposium on Cosmical Dynamics, Varenna 1960.
26 R. B. LEIGHTON, R. W. NOYES u. G. W. SIMON, Astrophys. J. (in Press 1961).
27 J. W EVANS u R. MICHARD, Intern. Astronom. Union XI General Assembly, Berkeley 1961.
28 C. DE JAGER u. M. KUPERIUS, Bull. Astron. Inst. Netherlands **16**, 71 [1961].
29 W. H. MCCREA, Mon. Not. Roy. Astr. Soc. **87**, 118 [1929].

dienten und damit auf die Schichthöhe ausüben kann. Wir nehmen dazu eine isotherme Atmosphäre an, die von ebenen, periodischen und isothermischen Stoßwellen durchsetzt sei. In einem solchen Modell ist die Dynamik, wie erforderlich, richtig berücksichtigt. Dagegen trifft die Voraussetzung der Isothermie zusammen mit der Möglichkeit einer hydrodynamischen Beschreibung für die Korona nicht zu. Die Temperatur der Korona wird erst dort annähernd konstant, wo die freie Weglänge in die Größenordnung der homogenen Schichtdicke kommt. Die Annahme, daß die Stoßwellen selbst auch isotherm sein sollen, ist zwar mehr wegen der mathematischen Einfachheit nahegelegt, dürfte aber wegen der Abstrahlung vielleicht auch keine schlechte Näherung für die Wirklichkeit sein. Im ganzen soll dieses Beispiel nur einen Modellcharakter für den gesuchten Zusammenhang haben.

Für die Beschreibung einer isothermen Strömung genügen Kontinuitäts- und Bewegungsgleichung

$$\varrho_t + (u\,\varrho)_x = 0\,, \tag{22}$$

$$\varrho(u_t + u\,u_x) + p_x + \varrho\,g = 0\,. \tag{23}$$

Hierin ist ϱ die Dichte, p der Druck, u die Strömungsgeschwindigkeit und g die (konstante) Schwerebeschleunigung. Mit t ist die Zeit und mit x die Ortskoordinate bezeichnet. Der Druck wird aus der Zustandsgleichung

$$p = R_\mathrm{m}\,T\,\varrho \tag{24}$$

bestimmt. R_m ist die Gaskonstante. Die Übergangsbedingungen an einer (isothermen) Stoßfront folgen aus der Kontinuität von $\varrho\,u$ und $\varrho\,u^2 + p$ in dem Koordinatensystem, in dem die Front ruht, und lauten

$$\varrho^* = (\bar{u}^2/[R_\mathrm{m}\,T])\;\varrho\,, \tag{25}$$

$$\bar{u}^* = R_\mathrm{m}\,T/\bar{u}\,. \tag{26}$$

Der Stern bezeichnet die Größen nach dem Stoß, und $\bar{u} = u - V$ ist die Relativgeschwindigkeit der Strömung zur Front, die mit der Geschwindigkeit V laufe.

Es werden Lösungen der Gln. (22) bis (26) gesucht, die periodische Stoßwellen in einer geschichteten Atmosphäre beschreiben. Wegen der Isothermie erwartet man insbesondere, daß es Stoßwellen gibt, die mit konstanter Geschwindigkeit laufen und die Geschwindigkeits- und relative Dichte-Verteilung ihres Hinterlandes ungeändert mit sich führen, während der absolute Wert der Dichte ähnlich der ruhenden Atmosphäre exponentiell abnimmt. Das führt zu dem Ansatz

$$\varrho = \varrho_0\,\psi(V\,t - x)\,\exp(-x/H)\,, \tag{27}$$

$$u = \varphi(V\,t - x)\,, \tag{28}$$

Die Verteilungen ψ und φ sind dabei periodische Funktionen ihres Arguments, d. h. des räumlichen Abstandes oder der zeitlichen Periode, mit der die gleichartigen Stoßwellen aufeinander folgen.

Für die Rechnung macht man die Gleichungen zweckmäßig mit der Schallgeschwindigkeit $a = \sqrt{R_\mathrm{m}\,T}$ und der Schichtdicke $H_0 = a^2/g$ der ruhenden Atmosphäre dimensionslos. Der Ansatz (27), (28) ergibt dann folgendes:

1. Die Schichtungshöhe H ist für periodische Stoßwellen um die Mach-Zahl $M = V/a$ größer als H_0,

$$H = H_0\,V/a\,. \tag{29}$$

2. Mach-Zahl M und Abstand $\Delta x/H_0$ sind aneinander gekoppelt. In der Parameterdarstellung hat man

$$M = \frac{(\chi_1-1)\,(\chi_1+1)^3}{2\,\chi_1(\chi_1^2-1+2\,\chi_1\ln\chi_1)}\,,\quad \frac{\Delta x}{H_0} = \frac{(\chi_1-1)\,(\chi_1+1)^3}{2\,\chi_1^3}\,; \tag{30}$$

$\chi_1 = |u - V|/a$ bezeichnet das Verhältnis von Anströmgeschwindigkeit zur Schallgeschwindigkeit unmittelbar vor der Front.

Aus (30) entnimmt man, daß Δx für schwache Stöße $\chi_1 - 1 \ll 1$ kleiner als die sich einstellende Skalenhöhe H ist und für starke Stöße $\chi_1 \gg 1$ in diese übergeht. In diesem Grenzfall wird $M = \frac{1}{2}\,\chi_1$ und unmittelbar vor der Front $|\bar{u}| = 2\,V$.

Der Ansatz (31), (32) läßt sich auch zur Darstellung einer Folge verschieden starker Stoßwellen benutzen, die mit konstanter Geschwindigkeit V wandert und sich periodisch wiederholt. Für eine solche Folge ist die Beziehung (30) durch eine kompliziertere Darstellung zu ersetzen, in der als Parameter die χ-Größen der einzelnen Stoßwellen vorkommen. Die starken Stoßwellen unter ihnen gehen dabei mit größerem Gewicht ein und bestimmen im wesentlichen M und Δx. Die Beziehung (29) bleibt dagegen auch in diesem allgemeinen Fall gültig.

Aus dem Beispiel entnimmt man, daß in einer isothermen Atmosphäre periodische Stoßwellen von verschiedener Stärke „stationär“ möglich sind. Die Stoßstärke ist dabei an den räumlichen Abstand oder, was hier dasselbe ist, an die Frequenz gekoppelt, mit der die Stoßwellen einander folgen. Es sei das Problem erwähnt, was diese Stoßstärke bestimmt. Man kann die Frequenz der Anregung in den unteren Schichten oder auch eine Art Stabilität der Ausbreitung als Ursache vermuten von der Art, daß sich Stoßwellen bis zur Ausbildung eines mittleren Abstandes $\approx H$ gegenseitig einholen. Es mögen aber auch gewisse Eigenschaften der Atmosphäre selbst die Frequenz bestimmen (s. LEIGHTON [26]).

Bemerkenswert ist, daß für alle Stoßstärken die Relation (29) zwischen der wirklichen Skalenhöhe H und der Höhe H_0 einer ruhenden Atmosphäre gilt. Überträgt man diese Beziehung auch auf nicht isotherme Verhältnisse, so sieht man, daß schon mittelstarke Stoßwellen die Schichtungshöhe der Atmosphäre wesentlich erhöhen.

Bei der Abschätzung des Einflusses der Stoßwellen auf die Linienbreiten muß man beachten, daß die Stoßwellen vorzugsweise in radialer Richtung nach außen laufen, während der Hauptbeitrag zu den beobachteten Koronalinien von Bewegungen tangential zum Sonnenrand (und damit senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung der Stoßwellen) kommt. Deshalb sollten die beobachteten Linienbreiten nicht den vollen Betrag der Geschwindigkeit der Stoßwellen zeigen. Wie groß der Reduktionsfaktor ist, könnten nur genauere Modellrechnungen ergeben. Die Stoßwellen müßten Geschwindigkeiten von über 100 km/sec haben und die Linienbreiten ergeben Geschwindigkeiten von etwa 30 km/sec, was nach dem oben Gesagten nicht unplausibel erscheint.

Paramagnetische Resonanz von Fe^{3+}-Ionen in synthetischen kubischen ZnS-Kristallen

Von ARMIN RÄUBER und JÜRGEN SCHNEIDER

Aus dem Institut für Elektrowerkstoffe der Fraunhofer-Gesellschaft, Freiburg i. Br.

(Z. Naturforschg. 17 a, 266—270 [1962]; eingegangen am 12. Februar 1962)

Herrn Professor Dr. FRANK MATOSSI *zum 60. Geburtstag gewidmet*

The paramagnetic resonance of Fe^{3+}-ions in cubic synthetic ZnS crystals has been observed after uv-irradiation at 77 °K. The spectrum was analysed with

$$g=2.0194 \pm 0.0003 \quad \text{and} \quad |a|=0.0128 \pm 0.0001 \ \text{cm}^{-1},$$

where $3\,a$ is the zero-field splitting. The hyperfine interaction constant of the 2.2% isotope Fe^{57} was found to be $|A|=0.00078 \pm 0.00005$ cm^{-1}. The splitting of the central fine structure line revealed the existence of submicroscopic twins. Two additional epr-lines have been observed after crushing and after annealing the crystals in zinc vapour.

Die Termlage von Störstellen wie Aktivatoren, Koaktivatoren und Haftstellen in Phosphoren und Photoleitern läßt sich mit optischen und elektrischen Methoden recht gut untersuchen, jedoch ist über die Natur dieser Zentren nur wenig bekannt. Die paramagnetische Resonanz (EPR) sollte in vielen Fällen die Möglichkeit geben, deren Struktur und die Symmetrieeigenschaften genauer zu untersuchen. Es liegen bisher nur wenige Arbeiten auf diesem Gebiet vor; so wurde kürzlich eine photoempfindliche EPR in den Systemen CdS:Eisen [1], ZnS:Gadolinium [2] und ZnS:Chlor bzw. Brom [3] gefunden. In der vorliegenden Arbeit wird über die paramagnetische Resonanz des Fe^{3+}-Ions in bestrahlten kubischen ZnS-Kristallen berichtet.

Herstellung der Kristalle

Synthetische ZnS-Kristalle wurden nach der von NISHIMURA [4] modifizierten REYNOLDSschen Methode durch Sublimation von lumineszenzreinem ZnS-Pulver (Riedel de Haën) hergestellt. Wie unten gezeigt wird, enthielten die Kristalle u. a. Eisen und Mangan als Spurenverunreinigungen, welche wir jedoch mit chemischen Methoden nicht mehr nachweisen konnten.

Zinksulfid kristallisiert bekanntlich in zwei Modifikationen, der kubischen Zinkblende und dem hexagonalen Wurtzit. Da die Herstellungstemperatur der Kristalle über dem Umwandlungspunkt [5] lag, erhielten wir

[1] J. LAMBE, J. BAKER u. C. KIKUCHI, Phys. Rev. Letters 3, 270 [1959].
[2] R. S. TITLE, Phys. Rev. Letters 4, 502 [1960].
[3] P. H. KASAI u. Y. OTOMO, Phys. Rev. Letters 7, 17 [1961].
[4] J. NISHIMURA, Sci. Rep. Res. Inst. Tóhoku Univ. Ser. A 12, 384 [1960].
[5] Nach älteren Angaben von ALLEN, CRENSHAW und MERWIN (Amer. J. Sci. 34, 341 [1912]) liegt der Umwandlungspunkt bei 1020 °C. Dieser Wert wird neuerdings angezweifelt, siehe A. ADDAMIANO, J. Appl. Phys. 31, 36 [1960].